www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail

ECOLE CENTRALE PARIS
ECOLE CENTRALE DE LYON

ECOLE SUPERIEURE D'ELECTRICITE
ECOLE SUPERIEURE D'OPTIQUE

Concours d'Admission 1990

MATHEMATIQUES I

TA

identique à l'énoncé M-P' sauf les points suivants :

...

PREMIERE PARTIE ...

I.1. Pour tout couple (n, k) d'entiers naturels, on définit $a_{n,k}$ comme suit :

- $a_{0,0} = 1$
- $a_{0,k} = 0$ si $k > 0$
- $a_{n,k} = 0$ si $k < n$
- $a_{n,k} = C_{k-1}^{n-1}$ si $1 \leq n \leq k$

et l'on pose, pour tout z complexe tel que la série entière ci-dessous converge : $S_n(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_{n,k} z^k$

a) Quel est le rayon de convergence de cette série entière ?

b) Quelle est la nature de cette série entière lorsque $|z| = 1$?

c) Quelle est la valeur de $S_0(z)$? Quelle est pour z appartenant à Δ la valeur de $S_1(z)$?

I.2.a) Etablir, pour tout z appartenant à Δ et pour tout n entier strictement positif : $(1 - z)\, S_n(z) = z\, S_{n-1}(z)$

b) En déduire, pour tout z appartenant à Δ et pour tout entier naturel n, la valeur de $S_n(z)$.

...

I.5. Déduire de ce qui précède que, pour tout z appartenant à Δ, l'on a :

$$\sum_{k=0}^{\infty} b_k z^k = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} S_n(z) = F(z)$$

On désignera par R le rayon de convergence de la série entière de terme général $b_k z^k$ (on a évidemment $R \geq 1$).

...

DEUXIEME PARTIE ...

II.4. Déduire de II.3. la valeur de R (voir I.5). Etablir par l'absurde que la série $\Sigma |b_n|$ est divergente.

II 5° c : résultat admis (pour établir II 6°)

...

TROISIEME PARTIE (variante de préambule :)

Cette partie donne une méthode de calcul récurrent de b_n et fait une étude sommaire de la variation du signe de b_n en fonction de n.

...

III 3° Supprimer $d_{n+k} = \ldots$

III.4. On suppose, dans cette seule question, qu'il existe n_0 tel que pour tout $n \geq n_0$ on ait $C_n > 0$.

Etablir que la suite $(d_n)_{n \geq n_0}$ est décroissante. Cette suite a donc une limite L finie ou non.

a) On suppose d'abord L finie. Quelle est la nature de la série de terme général b_n ? Qu'en déduire en utilisant II.4. ?

b) On suppose maintenant $L = -\infty$. Quelle serait alors la limite de C_n ? En tirer une contradiction.

III.5. Existe-t-il un rang à partir duquel b_n soit de signe constant ?

III.6. Soit N un entier donné.

Décrire (en français) un algorithme permettant de calculer les N premières valeurs de n telles que $C_n C_{n-1} < 0$. Les déterminer pour N = 10.

- pas de III 7° -

*** FIN ***

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail